

Un punto se mueve en el plano XY de tal manera que  $v_x = 4t^3 + 4t$  y  $v_y = 4t$ . Si la posición del punto es (1,2) cuando  $t=0$ , encontrar la ecuación cartesiana de la trayectoria.

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}, \quad d\vec{r} = \vec{v} dt, \quad \vec{r}(t) = \int \vec{v}(t) dt + \vec{c}$$

$$\begin{aligned} \vec{r}(t) &= \int (4t^3 + 4t) \vec{i} dt + \int 4t \vec{j} dt + \vec{c} = \\ &= (t^4 + 2t^2) \vec{i} + 2t^2 \vec{j} + \vec{c} \end{aligned}$$

$$\vec{r}(0) = \vec{i} + 2\vec{j} = (0^4 + 2(0)^2) \vec{i} + 2(0)^2 \vec{j} + \vec{c}$$

de donde  $\vec{c}$ :

$$\vec{c} = \vec{i} + 2\vec{j}$$

luego  $\vec{r}(t)$  completo:

$$\begin{aligned} \vec{r}(t) &= (t^4 + 2t^2) \vec{i} + 2t^2 \vec{j} + \vec{i} + 2\vec{j} = \\ &= (t^4 + 2t^2 + 1) \vec{i} + (2t^2 + 2) \vec{j} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x(t) = t^4 + 2t^2 + 1 \\ y(t) = 2t^2 + 2 \end{cases} \quad t^2 = \frac{y-2}{2}$$

$$x = \left(\frac{y-2}{2}\right)^2 + 2\left(\frac{y-2}{2}\right) + 1 = \frac{y^2}{4} - y + 1 + y - 2 + 1 = \frac{y^2}{4}$$

$$\boxed{y^2 = 4x}$$